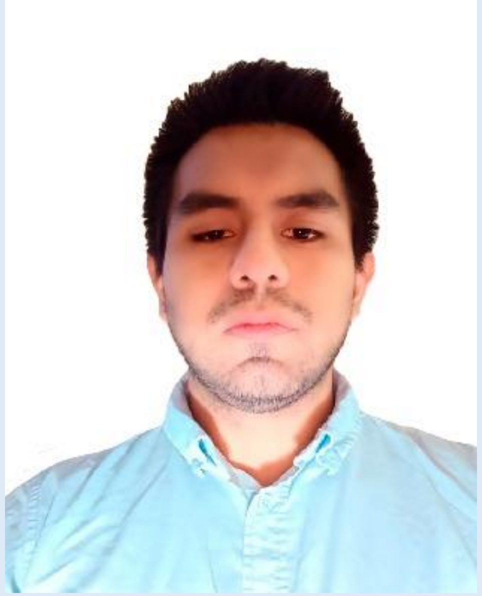

Profesor:
Ricardo Espino L.

PITAGORAS ACADEMIA

ÁLGEBRA

GRUPO PITÁGORAS

SOLUCIÓN

01.- En la sucesión de números reales

$$x_{k+1} = \frac{20{,}25 + x_k^2}{2x_k} \quad para\ k = 0; 1; 2 \ldots$$

Se sabe que $x_{75} = 4{,}5$ entonces x_{2017} será igual a:

A) $(4{,}5)^{2017}$ B) 4,5 C) 1

E) 2017 E) 4,55555

$$X_{k+1} = \frac{20{,}25 + X_k^2}{2X_k}$$

$$X_{75} = 4{,}5 \Rightarrow X_{76} = \frac{20{,}25 + 4{,}5^2}{2(4{,}5)} = \frac{40{,}5}{9} = 4{,}5$$

$$\Rightarrow X_{78} = 4{,}5 \Rightarrow X_{79} = 4{,}5 \Rightarrow X_{2017} = 4{,}5$$

02.- Indique el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

I.- $\left\{\frac{2n-1}{n}\right\}$ *es monótona creciente*

II.- $\left\{\frac{8n-1}{1+2n}\right\}$ *es monótona no decreciente*

III.- $\left\{\frac{3n}{n+1}\right\}$ *es monótona no creciente*

IV.- $\left\{\frac{1}{n^2}\right\}$ *es monótona decreciente*

A) VVFV B) VFFV C) VVVV

D) FVFV E) VVFF

SOLUCIÓN

I) V

$$\frac{2n-1}{n} = 2 - \frac{1}{n}$$

$\Rightarrow$ $\frac{1}{n}$ es decreciente $\Rightarrow$ $-\frac{1}{n}$ es creciente

$\Rightarrow$ $2 - \frac{1}{n}$ es creciente (V)

II) V

$$\frac{8n-1}{2n+1} = 4 - \frac{5}{2n+1}$$

$\frac{1}{2n+1}$ es decreciente

$\frac{-5}{2n+1}$ es creciente

$4 - \frac{5}{2n+1}$ es creciente $\Rightarrow$ es no decreciente

III) F

$$\frac{3n}{n+1} = 3 - \frac{3}{n+1}$$

$\frac{1}{n+1}$ es decreciente

$\frac{-3}{n+1}$ es creciente

$\Rightarrow$ $3 - \frac{3}{n+1}$ es creciente $\Rightarrow$ F

IV) V

$\left\{\frac{1}{n^2}\right\} = \left\{1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \ldots\right\}$

(V)

03.- Sean a y b números reales. Si se cumple que:

$$x_{n+1} = ax_n + b, \quad n = 0; 1; 2; 3 \ldots$$

Entonces:

A) $x_n = x_0 + b \quad , si\ a = 1$

$x_n = a^n x_0 + \left(\frac{1-a^n}{1-a}\right) b \quad , si\ a \neq 1$

B) $x_n = x_0 + nb \quad , si\ a = 1$

$x_n = a^n x_0 + \left(\frac{1-a^n}{1-a}\right) b \quad , si\ a \neq 1$

C) $x_n = nx_0 + bn \quad , si\ a = 1$

$x_n = ax_0 + \left(\frac{1+a^n}{1+a}\right) b \quad , si\ a \neq 1$

D) $x_n = x_0 + nb \quad , si\ a = 1$

SOLUCIÓN

$n = 0 \Rightarrow x_1 = ax_0 + b$

$n = 1 \Rightarrow x_2 = ax_1 + b$

$n = 2 \Rightarrow x_3 = ax_2 + b$

$\vdots$

$x_1 = ax_0 + b$

$x_2 = a(ax_0 + b) + b = a^2 x_0 + b(a+1)$

$x_3 = ax_2 + b = a(a^2 x_0 + b(a+1)) + b$

$= a^3 x_0 + b(a^2 + a + 1)$

$x_4 = ax_3 + b = a(a^3 x_0 + b(a^2 + a + 1)) + b$

$= a^4 x_0 + b(a^3 + a^2 + a + 1)$

finally: $x_n = a^n x_0 + b(\underbrace{a^{n-1} + a^{n-2} + \cdots + a^2 + a + 1}_{})$

n sumandos

$a = 1 \Rightarrow x_n = x_0 + b(n)$

$a \neq 1 \Rightarrow x_n = a^n x_0 + b\left(\frac{a^n - 1}{a - 1}\right)$